

## ARIMA modeling for the annual Temperature of Sanandaj city

Bayan Rostami  1 

1. Ph.D. student of Climatology, Department of Natural Geography, Zanjan University, Zanjan, Iran

### Article Info:

**Article type:**  
Research Article

**history:**  
**Received:**  
2024/5/3

**Received:**  
2024/6/25

**Accepted:**  
2024/3/29

**Published:**  
2024/8/5

### Keywords:

Temperature modeling,  
prediction, polynomial  
model, ARIMA, quadratic  
trend

**A**bstract: Temperature changes are of particular importance as one of the symbols of climate change. The use of statistical methods in describing changes is a useful tool. One of the applications of statistics in climatology is modeling the behavior of climatic elements. One of the most widely used statistical models is ARIMA family models. In this family, the values are modeled based on their past behavior from the statistical models, and are projected into the future. In this research, using the annual temperature data of Sanandaj station during the period of 60 years (1961-2020), the general behavior of temperature in this station was investigated. And also using MATLAB software to fit the appropriate model from the polynomial family and ARIMA modeling. The result of modeling the family of polynomials indicates a quadratic trend of the species in Sanandaj temperature. On the other hand, in the family of the ARIMA model, after checking the AIC value, the ARIMA model (2,2,1) which was relatively better than the other models. It was determined as a suitable model for predicting the annual temperature of Sanandaj station.

**Cite this article:** Rostami, B (2024). ARIMA modeling for the annual Temperature of Sanandaj city. *Climate Change and Climate Disasters*, 3(5), 185-205.

© The Author(s).

**Homepage:** [cccd.znu.ac.ir](http://cccd.znu.ac.ir)

**Publisher:** University of Zanjan





## الگو سازی ARIMA برای دمای سالانه شهر سنج

بیان رستمی  

۱. دانشجوی دکتری آب و هواشناسی، گروه جغرافیای طبیعی دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

**چکیده:** تغییرات درجه حرارت به عنوان یکی از نمادهای تغییرات اقلیمی، از اهمیت خاصی برخوردار است. کاربرد روش های آماری در تشریح تغییرات، ابزاری مفید به شمار می آید. یکی از کاربردهای آمار در اقلیم شناسی، مدل سازی رفتار عناصر اقلیمی است از الگوهای آماری پر کاربرد، الگوهای خانواده ARIMA است. در این خانواده، از الگوهای آماری مقادیر براساس رفتارهای گذشته شان مدل سازی شده، آینده نگری می شوند. در پژوهش حاضر، با استفاده از داده های دمای سالانه ایستگاه سنج طی دوره ی ۶۰ ساله (۱۹۶۱-۲۰۲۰) به بررسی رفتار عمومی دما در این ایستگاه پرداخته شد و همچنین با استفاده از نرم افزار MATLAB به برازش الگوی مناسب از خانواده چند جمله ای و الگو سازی ARIMA پرداخته شد. نتیجه الگو سازی خانواده چند جمله ای ها حاکی از یک روند درجه دو سهمی گونه در دمای سنج است. از سوی دیگر در خانواده الگوی ARIMA، پس از بررسی مقدار AIC، الگوی  $ARIMA(1,2,2)$  که از میان بقیه الگوها به نسبت بهتر بود به عنوان الگوی مناسب برای پیش بینی دمای سالانه ایستگاه سنج تعیین شد.

### اطلاعات مقاله:

نوع مقاله: پژوهشی

### تاریخها:

دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۰

بازنگری: ۱۴۰۲/۱۲/۲۹

پذیرش: ۱۴۰۳/۱/۱۰

انتشار: ۱۴۰۳/۵/۱۵

### واژگان کلیدی:

مدل سازی دما، پیش بینی، الگوی چند جمله ای، ARIMA، روند درجه دو، ایستگاه سنج.

استناد: رستمی، بیان. (۱۴۰۳). الگو سازی ARIMA برای دمای سالانه شهر سنج. دگرگونی ها و مخاطرات آب و هوایی، ۳(۵)، ۱۸۵-۲۰۵.

© نویسندگان .

ناشر: دانشگاه زنجان.

Homepage: [cccd.znu.ac.ir](http://cccd.znu.ac.ir)



## مقدمه

ویژه و کاربرد پرشماری برخوردارند در این گونه مدل ها، ارزش های عددی یک دسته از پدیده های مورد نظر و ویژگی های اصلی آنها، با نشانه ها و نیز روابط بین این پدیده ها به روابط بین نشانه مانند می شود. در این نوع مدل سازی یک استراتژی سه مرحله ای شامل تشخیص (شناسایی)، برازش و آزمون صحت مدل و پیش بینی با حدود اعتماد مشخص در نظر گرفته می شود (عساکره، ۱۳۸۶، الف، ۱۰۲-۱۰۴).

کاربرد مدل های آماری در بازسازی مقادیر گذشته و بازآفرینی مقادیر آینده داده ها به تحلیل سری های زمانی موسوم است (شعبانی و همکاران، ۱۳۹۲: ۸۹۶). با توسعه روش های کمی و آماری در زمینه ی آب و هواشناسی شاهد پیش بینی های در این زمینه هستیم، محققان به منظور تحلیل تغییرات پارامترهای اقلیمی، آنها را الگوسازی و سپس پیش بینی نموده اند. در این خصوص مطالعات متعددی صورت پذیرفته است که برای نمونه به چند مورد اشاره می شود.

دما، یکی از شاخص های اصلی در مطالعات اقلیمی، در تعیین نقش سایر عناصر اقلیمی نیز عامل مهمی به شمار می رود. با توجه به تغییرات دریافت انرژی خورشید توسط سطوح مختلف زمین، دمای هوا نیز به تبع آن دارای تغییرات زیادی است که به نوبه خود باعث تغییراتی در سایر عناصر هواشناسی شده و وضعیت کلی اقلیم یک منطقه را متأثر می سازد؛ بنابراین مطالعه دما و فهم چگونگی اثر آن بر عوامل محیطی و تغییرات آن در طول زمان دارای اهمیت بسزایی است (بلیانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۱۲۸). دست آوردهای اخیر نشان می دهد که میانگین دمای کره زمین طی سده گذشته روندی افزایشی داشته است. این روند حاوی الگوهای زمانی و مکانی متفاوتی است. یکی از رهیافت های مطالعاتی برای بررسی تغییرات دمایی به کارگیری روش های آماری است (عساکره، ۱۳۸۶: ۹). اقلیم شناسان برای ساخت مدل های اقلیمی از علوم مختلف بهره گرفته اند مدل های اقلیمی که بر پایه اصول آماری - احتمالی بنا گذاشته شده اند از اهمیت

بودن باقیمانده ها دریافتند که متوسط دمای سالانه با شبیه سازی در خانواده چند جمله ای ها و ARIMA حاکی از یک روند افزایشی معنی دار بوده است. جهانبخش اصل و باباپورباصر (۳۶: ۱۳۸۲) با استفاده از مدل آریمای باکس-جنکینز متوسط دمای ماهانه ایستگاه تبریز را مورد بررسی قرار داده اند. پس از مقایسه معیار آکائیک<sup>۶</sup> الگوی آزمایشی مدل (۱، ۱، ۰) به عنوان مدل محاسباتی انتخاب گردید و براساس آن تغییرات متوسط دمای ماهانه ایستگاه تبریز تا سال ۲۰۱۰ پیش بینی شده است. صلاحی (۲۱: ۱۳۹۳) با بهره گیری از مدل های میانگین متحرک مرتبه ی دو، اتورگرسیو و آریما، تغییرات زمانی دمای هوای شمال استان اردبیل را مورد بررسی قرار داد و نشان داد که مدل آریما با داشتن پایین ترین MAPE و بالاترین  $R^2$ ، بهتر از دو مدل دیگر دمای ماهانه ایستگاه مورد بررسی را پیش بینی می کند.

پورکریم برآبادی و حیدری

در قاره آفریقا، چوبوکی<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۹۵: ۱۷۲۵) با تأکید بر اهمیت تعداد نمونه در تعیین تغییرات اقلیمی نظیردما، روش مدل سازی آریما را از معتبرترین روش های بررسی تغییرات اقلیمی دانسته است. بوهادو<sup>۲</sup> و همکاران (۲۳: ۱۹۹۷) با استفاده از روش ARIMA به شبیه سازی پارامترهای آب و هوایی ملنند دما و رطوبت پرداختند. فراستو<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۰۳: ۱۴۸) نشان دادند که با استفاده از روش اتورگرسیو (AR) و  $ARIMA^4$  می توان درجه حرارت هوا را در داخل وسایل گرمایا توصیف نمود. یورکلی<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۰۶) با به کارگیری روش ARIMA دوره های خشکسالی را بر اساس مصرف آب محصولات زراعی مهم پیش بینی نمودند.

خردمندنیا و عساکره (۱۳۸۰: ۱۲۱) الگوسازی ARIMA را برای دمای سالانه ی جاسک بررسی کردند. آنها با استفاده از روش های آماری خود همبستگی و خودهمبستگی جزئی و بازبینی بهنجار

4 -Autoregressive Integfated Moving Average  
5- Yurekli and Kurunc  
6- AKAIKE Information Criterion

1- Chbouki, et al  
2 -Bouhaddou et al  
3 -Frausto, et al

پیش بینی است و دمای تبریز روند افزایشی را برای ۱۸ سال آینده خواهد داشت. همچنین پژوهشگرانی از جمله اجادی و همکاران (۲۰۱۷)، نیاتوام و آقودزو (۲۰۱۸)، برای مدلسازی و پیش بینی دما از مدل ARIMA بهره برده اند.

اقلیم شناسان به یکی از شیوه های مدل سازی آماری که الگو سازی در خانواده آریمما (ARIMA) است توجه بسیار نموده اند. مبانی نظری این نوع الگوها، اولین بار به وسیله باکس و جنکینز

از این دو روش آماری، تلاش برای مدلسازی و پیش بینی دمای سنندج نمود.

## ۱. داده ها و روش

### ۱.۱. منطقه ی مورد مطالعه

استان کردستان با مساحت ۲۸۲۰۳ کیلومتر در غرب ایران مجاور کشور عراق بین ۳۴ درجه و ۴۴ دقیقه تا ۳۶ درجه و ۳۰ دقیقه عرض شمالی و ۴۵ درجه و ۳۱ دقیقه تا ۴۸ درجه و ۱۶ دقیقه در طول شرقی از نصف النهار

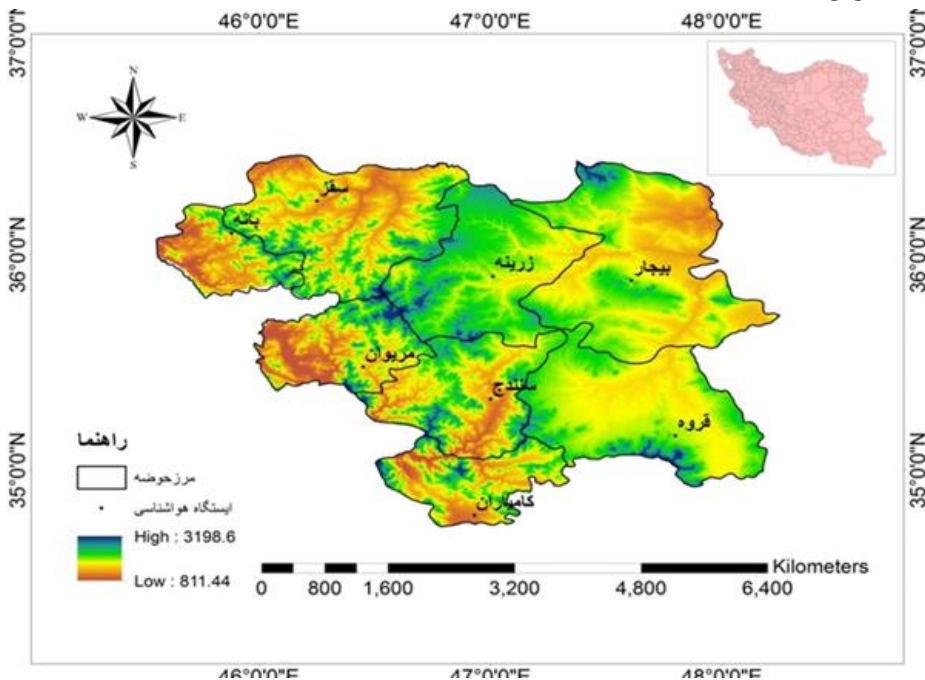
منفرد (۱۳۹۸:۱۶۴)، عملکرد مدل ARIMA و SARIMA را در پیش بینی میانگین دمای سالانه ایستگاه یزد و شیراز طی دوره ۱۹۵۳-۲۰۱۷ مورد بررسی قرار دادند، نتایج آنها حاکی از آن بود که برای هر دو ایستگاه برازش مدل ARIMA مناسب بوده است، ولی مدل SARIMA برای هردو ایستگاه شیراز و یزد خارج از مرز معناداری بوده است. رحیمی و فرجی (۹۹:۱۴۰۲) به پیش بینی دمای سالانه تبریز به کمک مدل سازی ARIMA پرداختند و به این نتایج رسیدند که ARIMA مناسب ترین روش برای

۱ (۱۳۷۱) مطرح گردید. بسط ریاضی آن به بهترین وجه به وسیله بروکول و دیویس<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) ارائه شد. از منابع بسیار ساده شناخت و کاربرد این الگوها می توان به وئی (۱۳۷۶) اشاره نمود. در این تحقیق، تلاش بر این است که با شناسایی رفتار عمومی سری زمانی دمای سنندج، دمای سالانه ایستگاه سنندج طی دوره ی آماری ۱۹۶۱-۲۰۲۰ (۶۰ ساله) با دو روش الگوی چند جمله ای و ARIMA مورد ارزیابی قرار گرفت و با بهره گیری

کردستان به حدود ۲۴۰۰ متر می‌رسد این اختلاف ارتفاع خود باعث به وجود آمدن اقلیم های متفاوت می‌گردد. در شکل ۱ موقعیت جغرافیایی محدوده قابل مشاهده است.

گرینویچ قرار دارد که این مساحت ۱/۷ درصد از مساحت کل کشور را شامل می‌شود. سنندج در مرکز این استان قرار دارد. از لحاظ اقلیمی و طبیعی، منطقه ای کوهستانی می‌باشد که متاثر از توده هوای گرم و مرطوب مدیترانه‌ای است. اختلاف ارتفاع بین بلندترین و

پست ترین نقاط



شکل ۱: محدوده ی مورد مطالعه (منبع: نگارنده)

هواشناسی کشور اخذ گردید. در این مطالعه سعی شده است با بهره گیری از روش های متداول آماری به بررسی رفتار عمومی دمای سالانه سنندج پرداخته شود به منظور سازماندهی و

## ۲-۱. داده ها

در پژوهش حاضر جهت مدلسازی سری زمانی دمای ایستگاه سنندج داده های سری زمانی دمای سالانه ایستگاه در دوره ی زمانی (۱۹۶۱-۲۰۲۰) از سازمان

(۱)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_k t^k + e_t$$

در رابطه فوق  $Y_t$  متغیر پاسخ،  $\beta$ ها فراسنج های مجهول و  $e_t$  دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل نرمال با امید ریاضی صفر و واریانس ثابت هستند الگوی خط و الگوی سهمی به ترتیب متناظر با  $k = 1$  و  $k = 2$  می باشد (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۱).

پس از حصول روند موجود در داده ها به منظور ایستاسازی مشاهدات تبدیل باکس-کاکس بر مشاهدات دمای سنج اعمال گردید. این تبدیل از جمله تبدیلات غیر خطی است که بر مشاهدات پیاده سازی می شود در حقیقت تبدیل باکس-کاکس برای تغییر توزیع مشاهدات و دستیابی به توزیع مورد نظر (به وسیله به توان رساندن) اعمال می گردد به عبارت دیگر این تبدیل بر داده های غیر نرمال، دارای چولگی، دارای نالیستایی پراش انجام می گیرد و تلاش می شود تا مسائل مطرح شده مرتفع گردد (این تبدیل به تبدیل شبه نرمال نیز معروف و از انواع تبدیلات توانی است). نکته حائز اهمیت در این تبدیل آن است که باید بر مشاهدات نامنفی پیاده سازی شود. این تبدیل

تجزیه و تحلیل داده ها از نرم افزار MATLAB استفاده شده است.

### ۳-۱-۱ داده ها

برای مطالعه تغییرات دما در این تحقیق از چند روش سری زمانی استفاده شده است. در سری های زمانی چند مشخصه وجود دارد، یکی از این مشخصه ها و اجزا روند نام دارد. برای تحلیل روند، آن را در درازمدت بررسی می کنند، بسیاری از پژوهشگران کلمه روند را برای تغییر تدریجی تابع میانگین مانند یک تابع خطی یا درجه دوم به کار می برند. روش های آماری کلاسیک تجزیه و تحلیل رگرسیون را به سهولت برای برآورد پارامترهای الگوهای معمولی روند بدون مقدار ثابت می توان بکار برد (کرایبر، ۱۳۷۱: ۵۰). در این مطالعه مفیدترین آنها یعنی خطی و سهمی را مورد بررسی قرار می گیرد. ابتدا باید تشخیص داده شود که شیب خط از نوع خطی است یا سهمی؟ یکی از روش های پرکاربرد برای پاسخگویی به این سؤال الگوسازی در خانواده چندجمله ای هاست (خردمندیا و عساکره، ۱۳۸۰: ۱۲۵). الگوی چندجمله ای درجه  $k$  به صورت زیر تعریف می شود (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۱).

فرایند تصادفی  $\{Z_t\}$  یک فرایند ARIMA است که با درجه  $(p,d,q)$  در نظر گرفته و به صورت  $Z_t \sim ARIMA(p, d, q)$  نوشته می شود. هرگاه فرایند تفاضلی  $\{W_t = (1 - B)^d Z_t\}$  یک فرایند ایستا باشد به شکل زیر بیان می گردد (خردمندیان و عساکره، ۱۳۸۰:۱۲۶).

(۳)

$$\phi_p(B)(1 - B)^d(w_t - u_w) = \theta_q(B)a_t$$

که در رابطه ی فوق  $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ ،  $u_w = E(w_t)$ ، یعنی فرایند  $\{a_t\}$  دنباله ای از متغیرهای تصادفی با ویژگی هایی همچون هم توزیع، دو به دو ناهمبسته (نوفه سفید) با امید ریاضی صفر و واریانس  $\sigma_a^2$  می باشد.

عملگرهای به کار رفته در رابطه ۳ به صورت زیر تعریف می شوند (ولی، ۱۳۷۶:۹۹).

(۴)

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= 1 - \phi_1(B) - \phi_2(B)^2 - \dots - \phi_p(B)^p \\ \theta_q(B) &= 1 - \theta_1(B) - \theta_2(B)^2 - \dots - \end{aligned}$$

توسط رابطه زیر محاسبه می شود (عساکره، ۱۳۹۱:۱۵۲).

(۲)

$$Y = \frac{(X^\lambda - 1)}{\lambda}$$

در رابطه ی ۲،  $X$  هریک از مشاهدات،  $\lambda$  مقادیر تبدیلات توانی است. هدف غایی از مدل سازی یک سری زمانی، یافتن تغییرات دراز مدت و پیش بینی آینده است. منظور از پیش بینی سری زمانی، تخمین مقادیری از مجموعه داده ها می باشد که در زمان اجرای تحلیل، مقدار آن مجهول است. یکی از فنون پیش بینی رفتار سری زمانی، روش باکس-جنکیز است. گروه عمومی مدل ها برای یک سری زمانی در روش شناسی باکس-جنکیز مدل های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متحرک است که در آمار به مدل های ARIMA معروف اند (علیچانی و رضانی، ۱۳۸۱:۱۵۸). مدل آریما یک مدل کلی است که تولنایی نمایندگی طبقه گسترده ای از سری های زمانی نایستا را دارد، فرایند تلفیقی خود همبسته - میانگین متحرک با درجه  $(p,d,q)$  است. با توجه به اینکه بیشتر سری های زمانی نایستا هستند، لذا این رده از فرایندها کاربرد گسترده ای دارند.

$$\theta_q(B)^q$$

ثابت نوسان نماید در حقیقت سری مورد بررسی ایستا شده است).

مرحله دوم: پس از تعیین مرحله ی تفاضل گیری با بهره گیری از همبستگی نگار  $\{W_t\}$  مقادیر  $p$  و  $q$  را حاصل کنیم. در حقیقت پس از تعیین  $d$ ، با توجه به شاخک های معنی داری نمودار همبستگی نگار سری  $\{W_t\}$  می توان مدل اول کاندید به صورت  $ARIMA(0,q)$  و با توجه به شاخک های خود همبستگی نگار جزئی  $\{W_t\}$  می توان کاندید دوم  $ARIMA(p,0)$  را تعیین نمود (درحقیقت همبستگی نگار بیان کننده مقدار  $q$  و خود همبستگی نگار جزئی مقدار  $p$  را نمایان می کند).

پس از استخراج مدل های کاندید باید با روش زیاد برآزاندن و با آزمایش و خطا مدل های کاندید تعدیل شده، و به الگویی دست یابیم که اضافه و حذف کردن هیچ پارامتری آن را به شکل معنا داری بهتری بدتر نکند.

به سبب اینکه باقی مانده های هر مدل باید دارای خصوصیتی از جمله نرمال بودن (توزیع بودن) و دو به دو ناهمبسته بودن (نوفه سفید ۱)، باشد در نتیجه

که در آن  $B$  عملگری است (به عملگر پسرو معروف است) که به صورت  $B^j Z_t = Z_t - j$  تعریف می شود (عدد صحیح نامنفی است).

برای انتخاب مدل های کاندید (آزمایشی) به شرح زیر عمل می شود:

مرحله اول: پیش از انجام هر کار در ابتدا باید مرتبه ی تفاضل گیری به منظور ایستا سازی مشاهدات صورت گیرد. اگر سری زمانی  $\{Z_t\}$  حول یک محور افقی نوسان کند مقدار تفاضل گیری را  $d=0$ ، اگر سری زمانی حول یک خط مستقیم (روبه بالا یا پایین) نوسان کند  $d=1$  و اگر حول یک سهمی نوسان کند  $d=2$  قرار می دهیم. بندرت پیش می آید یک سری زمانی شیب درجه سوم  $d=3$  داشته باشد. به بیان دیگر: برای تعیین مقدار  $d$  یا مرتبه تفاضل گیری باید به نحوی عمل نمود که سری تفاضل گیری شده  $\{W_t\} = \{(1 - B)^d Z_t\}$  حاکی از ایستایی یا مانایی سری مولد  $\{W_t\}$  باشد (بدان معنا که اگر سری زمانی حول یک محور افقی و با واریانس

## ۲. یافته‌ها و نتایج

### ۲-۱. الگوی خانواده چند جمله ای

شکل (۱) میانگین دما سالانه سنندج را طی دوره آماری ۱۹۶۱-۲۰۲۰ نشان می دهد. در این شکل بصورت واضحی مشخص است که رفتار عمومی سری زمانی دما سنندج رفتاری حول یک خط (روبه بالا یا پایین) نیست در نتیجه این احتمال می رود که رفتار این سری زمانی رفتاری سهمی گونه داشته باشد. برای کسب نتیجه علمی و مبتنی بر دلیل و مدرک نیاز است که هر دو (درجه یک و دو) مورد ارزیابی قرار گیرد.

پس از بررسی های انجام گرفته بر روند درجه یک و دو در سری زمانی دما سنندج، وجود روند درجه یک (نوسان مقادیر حول یک خط صاف روبه بالا یا پایین) نقض و وجود روند درجه دو (ابتدا کاهش مقادیر و سپس افزایش مقادیر و عکس آن که به رفتار سهمی معروف است) تأیید گردید .

الگوی خطی برازش داده به سری زمانی به صورت زیر نمایان شده است؛

$$Y_t = 14/315 - 0/000167t$$

(58/105)  
(0/024)

پس از برازش هر الگو باقی مانده های آن، از نظر نرمال بودن و استقلال مورد سنجش قرار گرفت. برای این منظور علاوه بر نمودار های معمول همچون خودهمبستگی نگار، احتمال نرمال و هیس توگرام از برخی آزمون های دیگر همچون آزمون نقاط عطف و علامت (برای آگاهی از نحوه ی محاسبات و فرضیات آماری این آماره ها به عساکره ۱۳۹۰ رجوع گردد)؛ گاهی این امکان وجود دارد که چندین مدل برازنده برای الگو سازی انتخاب گردد برای انتخاب بهترین از میان آن ها باید از ضریب اطلاع آکائیک (AIC) استفاده شود براساس رابطه زیر حاصل می گردد (خردمندی و عساکره، ۱۳۸۰:۱۲۶).

$$AIC(M) = n \ln(S_a^2) + (5)$$

$2m$

$S_a^2$  برآورد حداکثر درستنمایی  $n$  طول سری  $w_t$  و  $m$  تعداد پارامترهای مدل می باشد برای یک مدل ARIMA که دارای پارامتر  $\theta_0$  می باشد  $m = p + q + 1$  بصورت نمایش داده می شود. با در نظر گرفتن معیار AIC اگر قصد داشته باشیم مدلی را گزینش نماییم باید مدلی با میزان ضریب آکائیک کمینه انتخاب گردد.

مورد نظر تفاوت معناداری را با صفر نشان می دهد در غیر اینصورت عملاً پارامتر مورد نظر را می توان مساوی صفر (عدم معناداری) در نظر گرفت.

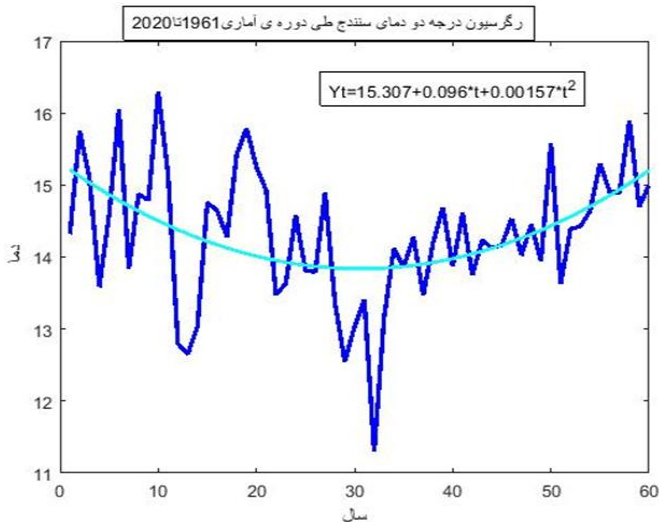
بر این اساس می توان مشاهده نمود مقدار  $\beta_1 = 0$  به سبب کوچکتر بودن این مقدار از  $t_2$  می توان این پارامتر را از مدل حذف نمود. این در حالی است که با اضافه نمودن متغیر توضیحی، تمامی پارامترهای مدل، تفاوت معناداری را با صفر نشان می دهند در نتیجه می توان وجود روند سهمی را پذیرفت. لازم به ذکر است که وجود روند درجه سه و چهار نیز در دمای سنندج مورد ارزیابی قرار گرفت و ضرایب معنادار نشد در نتیجه ترجیح با روند سهمی است.

با اضافه نمودن متغیر توضیحی  $t^2$  به الگو فوق تلاش شد تا وجود روند سهمی در سری زمانی مورد ارزیابی قرار گیرد:

$$Y_t = 15/307 + 0/096t + 0/00157t^2$$

(45/168) (3/75)  
(3/86)

اعدادی که در زیر هر یک از پارامترهای مدل ثبت شده است نمایش دهنده ی مقادیر (t-student) است. این مقدار برای ارزیابی معناداری یا عدم معناداری ضرایب مورد استفاده قرار گرفت. اگر قدرمطلق مقادیر  $t$  برای آزمون دو دامنه بزرگتر یا مساوی ۲ و برای آزمون یک دامنه بزرگتر یا مساوی ۱/۹۶ باشد میتوان در سطح ۹۵ درصد اطمینان قضاوت نمود که پارامتر

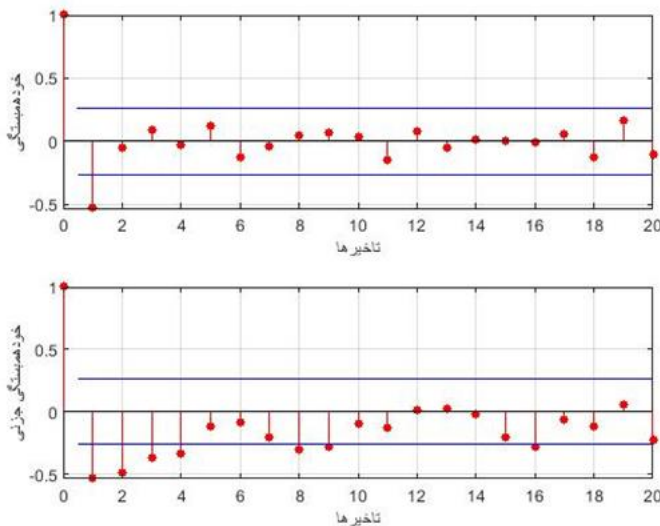


شکل ۲: میانگین دما سنندج طی دوره آماری ۱۹۶۱-۲۰۲۰

### تعیین مدل ARIMA برای دمای سنندج

با توجه به شکل (۲) و بررسی های صورت گرفته این مسئله تأیید گردید که روند موجود در دما سنندج روندی است سهمی و مقادیر  $\alpha$  نیز بیانگر علت ترجیح

مدل سهمی به مدل خطی (درجه سه یا چهار) است. بدین ترتیب مقدار تفاضل گیری با  $d=2$  برابری می کند. حال باید با بهره گیری از نمودارهایی که پیشتر از آنها صحبت به میان آمد مقادیر  $p$  و  $q$  را حاصل نمود (شکل ۳).



شکل ۳: خودهمبستگی و خودهمبستگی نگار جزئی سری تفاضلی مجموع دمای سالانه سنندج ( $d=2$ )

مقدار  $q=1$  خواهد بود. پس از اضافه نمودن  $\theta_0$  مقدار  $t$  قدر مطلق آن برابر با  $(12/7457)$  حاصل گردید که به سبب آنکه مقدار آن از ۲ بزرگتر است بنابراین ضرایب معنی دار و مخالف صفر است. در نتیجه الگوی برازش داده شده بصورت زیر خواهد بود.

شکل ۳ نشان دهنده مدل های کاندید (آزمایشی) است که باید مورد ارزیابی قرار گیرد. مدل کاندید اول که براساس نمودار خودهمبستگی به آن دست یافتیم  $ARIMA(0,2,1)$  می باشد به سبب آنکه تنها یک شاخک از مرز معناداری خارج شده است در نتیجه

در پروسه زیاد برازاندن پارامتر  $\theta_1$  نیز به مدل اضافه و مدل ارتقاء یافته و بصورت  $ARIMA(4,2,1)$  حاصل گردید و پارامترهای مدل به شرح زیر است.

$$W_t = (-0/5242)W_{t-1} - 0 /523W_{t-2} - 0 /1754W_{t-3} - 0 /0006W_{t-4} - 1a_{t-1} + a_t$$

(4/2363) (4/1106)  
(1/3451)  
(0/0049)  
(13/3163)

در فرایند زیاد برازاندن با اضافه نمودن دیگر پارامترها به مدل، بار دیگر الگوها مورد ارزیابی قرار گرفت و با توجه به عدم معناداری پارامترها در این پروسه در نتیجه مدل ارتقاء یافته هیچ رقیب دیگری ندارد.

براساس جدول (۱) میتوان مقادیر واریانس باقی مانده هاو مقادیر ضریب اطلاع آکائیک را مشاهده نمود. از میان الگوی ارتقاء یافته و مدل کاندید می توان استنباط نمود که ترجیح با مدل پایه (۲) است چراکه هم مقدار واریانس آن (نوسانات حول میانگین) مقدار کمتری

$$W_t = -0/8698 a_{t-1} + a_t$$

(-12/7457)

پیشتر با بهره گیری از نمودار (PACF) توانستیم مقدار P را برای ساخت مدل کاندید دوم (مدل پایه دوم) حاصل کنید ( $p=7$ ). در نتیجه می توان استنباط نمود که مدل بصورت  $(4,2,0)$  ARIMA به عنوان مدل کاندید دوم برگزیده شد، پس از اضافه کردن مقدار  $\theta_0$  مشاهده شد که مقدار  $0/0049$  حاصل گردید با توجه به اینکه  $0/0049$  از  $2$  کوچکتر است در نتیجه وجود این ضریب نقش معناداری را در مدل ایفا نمی کند بنابراین از آن صرف نظر می شود. الگو برازش یافته به شرح زیر است.

$$W_t = (-1/1384)W_{t-1} - 1 /125W_{t-2} - 0 /804W_{t-3} - 0 /4995W_{t-4}$$

(10/2537)  
(7/1863)  
(5/2954)  
(3/4741)

ARIMA ارتقاء می یابد. نهایتاً پارامترهای مدل برازش یافته به شرح زیر می باشد؛

$$W_t = (-0/4657)W_{t-1} - 0/4858W_{t-2} - 1 a_{t-1} + a_t$$

(-4/193) (-7/9774)  
(18/8309)

در فرایند زیاد برازاندن با اضافه نمودن  $\theta_2$  و دیگر پارامترها به مدل بار دیگر مدل مورد ارزیابی قرار گرفت و با توجه به عدم معناداری پارامترها در این پروسه در نتیجه مدل ارتقاء یافته هیچ رقیب دیگری ندارد.

در این مرحله با توجه به مقدار واریانس باقیمانده ها برای مدل های برازش داده شده می توان تعیین نمود که کدام مدل به عنوان مدلی مطلوب جهت انجام بررسی های بیشتر است. در میان مقادیر واریانس های هر مدل، الگوی سوم (الگوی ارتقاء یافته (۲))، الگوی مناسبی برای برآورد دمای سنندج تشخیص داده شد. برای کسب داوری علمی تر بین دو مدل معنادار از ضریب اطلاع آکائیک بهره گرفته شد تا بتوان مدل بهینه را در میان مدل های شناسایی شده استخراج نمود. با توجه به

(۱/۰۳۴۹) را نمایش می دهد وهم مقدار ضریب آکائیک آن (۱۸۲/۳۳) نسبت به الگوی دیگر کمینه تر است

اکنون باید ارزیابی نمود که نقش ضریب  $\phi_1$  در مدل مورد بررسی به چه نحو است و در صورت حضور معنادار باید به عنوان پارامتر به مدل اضافه گردد. با توجه به مقادیر حاصل از آمیتوان مشاهده نمود که قدر مطلق پارامتر مورد نظر از ۲ بزرگتر است در نتیجه این پارامتر به مدل اضافه می گردد و مدل به (۱،۲،۱) ARIMA ارتقاء می یابد. نهایتاً پارامترهای مدل برازش یافته به شرح زیر می باشد؛

$$W_t = (-0/3469)W_{t-1} - 0/8724 a_{t-1} + a_t$$

(-3/0283)  
(13/8574)

سپس به نقش ضریب  $\phi_2$  در مدل مورد بررسی به چه نحو است و در صورت حضور معنادار باید به عنوان پارامتر به مدل اضافه گردد. با توجه به مقادیر حاصل از آمیتوان مشاهده نمود که قدر مطلق پارامتر مورد نظر از ۲ بزرگتر است در نتیجه این پارامتر به مدل اضافه می گردد و مدل به (۲،۲،۱)

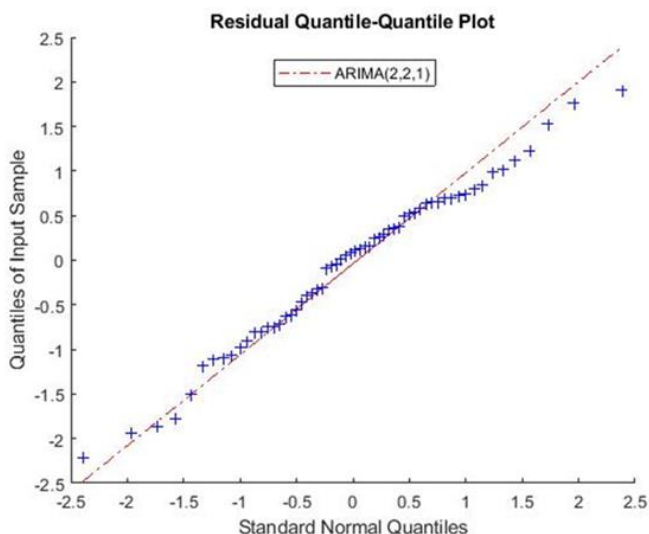
مدل ارتقاء (۲) یافته می تواند کاندید مناسبی برای مطالعه باشد.

مقادیر AIC حاصل شده برای مدل ها میتوان استنباط نمود که بین مدل ها، جدول ۱. مقادیر واریانس باقیمانده ها

مدل ها	الگوها	واریانس باقی مانده ها $\sigma_a^2$	ضریب اطلاع آکائیک (AIC)
مدل پایه (۱)	ARIMA (۰,۲,۱)	۱/۲۶۶۷	۱۸۸/۴۵۵۲
مدل پایه (۲)	ARIMA (۰,۲,۴)	۱/۰۳۴۹	۱۸۲/۳۳
مدل ارتقا یافته (۱)	ARIMA (۱,۲,۱)	۱/۱۲۳۵	۱۸۳/۲۵۹۶
مدل ارتقا یافته (۲)	ARIMA (۲,۲,۱)	۰/۸۲۴۷	۱۶۶/۷۰۶۹
مدل ارتقا یافته (۳)	ARIMA (۴,۲,۱)	۰/۸۰۱۷	۱۶۹/۰۱۳۲

هیچ یک دارای ضریب ثابت نمی باشند) بررسی ها بر دو فاکتور مطروحه نیز که بصورت آماری و ترسیمی انجام گرفت و حاکی از آن است که مدل گزینش شده براساس ضریب آکائیک و واریانس باقی مانده ها همچنان نسبت به مدل های دیگر بهترین گزینه برای مدلسازی دما ایستگاه سندج می باشد. چنان که قبلاً نیز اشاره شد، هر الگوی پذیرفته شده باید به لحاظ نرمال بودن، استقلال ها و همگونی واریانس باقیمانده ها {at} آزمون شود، چرا که باقیمانده ی مدل باید یک سری بدون الگو باشد. برای آزمون نرمال بودن باقیمانده ها، مقادیر برحسب احتمال وقوع و فاصله اطمینان ۹۵ درصد محاسبه و نتایج در شکل (۳) ارائه شده است.

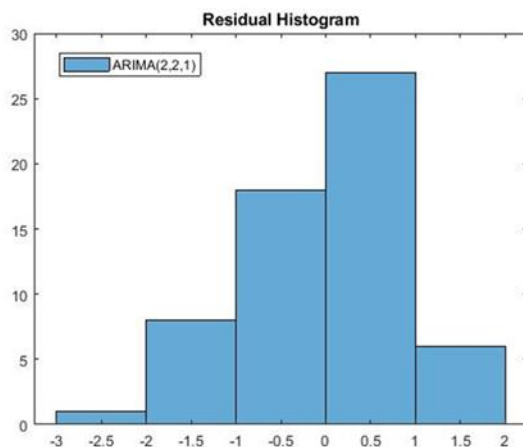
با توجه به نتایج حاصل شده از برآزش و زیاد برآزندن مدل های کلندید می توان استنباط نمود که تنها یک مدل از میان مدل های مطرح شده و مورد ارزیابی قرار گرفته می تولند کلندید مناسبی باشد به سبب اینکه هم مقدار واریانس باقی مانده ها وهم مقدار ضریب اطلاع آکائیک آن نسبت به دیگر الگوها، مقداری کمینه است این الگو، مدل ARIMA (۲,۲,۱) می باشد. لازم به ذکر است که به سبب عدم پذیرش ضریب ثابت در هیچ یک از مدل ها در نتیجه نمی توان وجود یا عدم وجود این ضریب را ملاکی برای پذیرش یا نقض مدل در نظر گرفت (وجود ضریب ثابت از قطعیت وجود روند در داده ها حکایت دارد در حالی در مدل های برآزش یافته



شکل ۴: مقدار برازش یافته و مشاهدات اصلی مدل برگزیده (۲،۲،۱)

تایید می کند. از سوی دیگر نمودار هیستوگرام نیز تأییدگر نرمال بودن باقیمانده ها است که در شکل (۵) دیده می شود.

دیده می شود، اکثر نقاط برازش یافته حول خط قرار دارند و نمودار احتمال نرمال با فاصله ی اطمینان ۹۵ درصد نیز شرایط نرمال بودن باقی مانده ها را



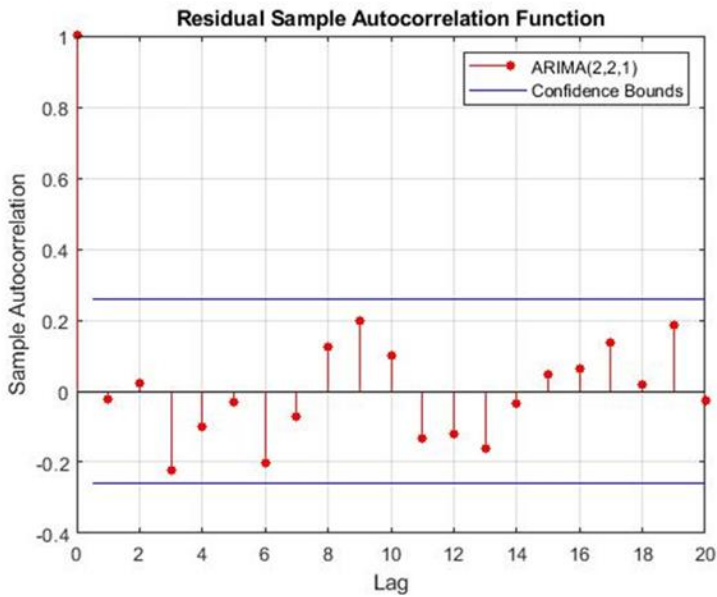
شکل ۵: هیستوگرام باقیمانده های مدل برگزیده (۲،۲،۱)

نشان می دهد که باقیمانده ها در همه

خود همبستگی نگار باقیمانده در شکل (۶)

باقیمانده های نرمال تایید و دوجه دو ناهمبسته توسط این مدل نسبت به مدل های دیگر بیشتر رعایت شده است) اما همچنان دوجه دو همبسته هستند).

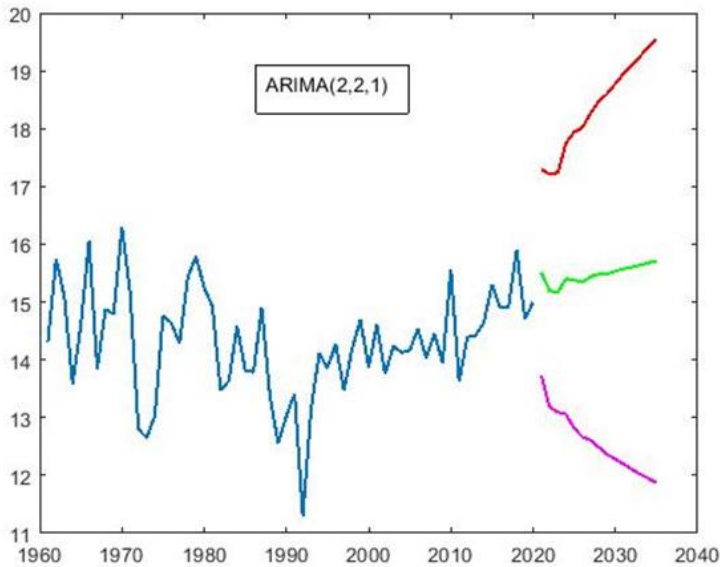
ی تأخیرها، مستقل لند. بنابراین، دو شرط اساسی نیکویی برازش برای باقیمانده های مدل (۲،۲،۱) موجود است. به عبارت دیگر شرایط مورد نیاز برای پذیرش یک الگو،



شکل ۶: خود همبستگی نگار باقیمانده های مدل برگزیده (۲،۲،۱)

بینی همواره بر  $\frac{n}{4}$  طول دوره آماری صورت می گیرد در نتیجه پیش بینی ها برای ۱۵ سال آینده (۲۰۲۱-۲۰۳۵) انجام پذیرفت. که در شکل (۷) ارائه شده است.

به منظور داوری دقیق تر در زمینه مدل (۲،۲،۱) ARIMA و دیگر مدل ها، وضعیت باقی مانده های مدل و همچنین نحوه پیش بینی مدل ها مورد ارزیابی قرار گرفت. باتوجه به این مسئله که پیش



شکل ۷: پیش بینی مدل برگزیده (۲،۲،۱)

شبه نرمال است و داده ی پرتی در باقیمانده های این مدل دیده نمی شود.

### نتیجه گیری

در این مطالعه با استفاده از روش الگوسازی در خانواده چند جمله ای و الگوسازی ARIMA تلاش شد تا به شناسایی رفتار عمومی دمای ایستگاه سنندج طی دوره آماری ۲۰۲۰-۱۹۶۱ و همچنین پیش بینی دمای ۱۵ سال آینده سنندج پرداخته شود. نتایج نشان داد که دمای سنندج دارای روند معنادار درجه دو است، سهمی آن کمانی رو به پایین یا قوسی شکل است در نتیجه انتظار می رود که تا نیمه ی دوره ی مورد مطالعه دما افزایش یافته و

پیش بینی انجام شده براساس این مدل گویای استمرار روند دمایی در داده هاست باتوجه به اینکه بین حد بالا و پایین پیش بینی فاصله زیادی وجود دارد در نتیجه این انتظار می رود که فرایند پیش بینی ۱۵ سال آینده برای حد بالا و پایین توأم با خطا و عدم اطمینان صورت پذیرد اما می توان بازه ی اطمینان ثلثت و کوچک را برای حد میانی پیش بینی، گویا و مناسب در راستای تغییرات دما در ایستگاه سنندج دانست. از این رو می توان استنباط نمود که مدل (۲،۲،۱) بسیار به شرایط نرمال نزدیک است به عبارت دیگر می توان استنباط نمود که توزیع باقی مانده ها

پس از آن دما رفتار نزولی داشته باشد. همچنین برای دستیابی به نتیجه ای دقیق تر دمای سنندج را از فیلتری با نام تبدیل باکس-کاکس نیز گذر دادیم که نرمال بودن باقی مانده ها مورد تولید قرار گرفت. نمودار خودهمبستگی نگار حاکی از استقلال باقیمانده ها است در نتیجه استقلال باقی مانده ها در مدل  $ARIMA(2,2,1)$  مورد تایید است. و پس از آن تمامی فرایندهای مدلسازی  $ARIMA$  را بر دما تبدیل یافته اعمال نمودیم سرانجام برای پیش بینی دمای

سنندج یا بهره گیری از مدل  $ARIMA$  و بررسی ملنده هاو توان پیش بینی دما آنها از میان چندین مدل برازش یافته بهترین مدل نسبت به دیگر مدل ها برای پیش بینی دما ایستگاه سنندج، مدل  $ARIMA(2,2,1)$  تعیین گردید. با در نظر گرفتن این مسئله که پیش بینی در سال های ابتدایی مورد برآورد، دارای دقت بالاتر و در سال های انتهایی از دقت آن کاسته می شود در نتیجه انتظار می رود که در پیش بینی دما سنندج نیز این مسئله تداعی یابد.

#### ملاحظات اخلاقی

**حامی مالی:** این پژوهش هیچ کمک مالی از سازمان های تأمین مالی دریافت نکرده است.  
**تعارض منافع:** طبق اظهار نویسندگان، این مقاله تعارض منافع ندارد.  
**برگرفته از پایان نامه/رساله:** این مقاله برگرفته از پایان نامه/رساله نبوده است.

## منابع

- پیش بینی دمای متوسط سالانه شهر تبریز با استفاده از مدل‌های سری زمانی. مطالعات جغرافیایی مناطق خشک، ۱۴(۵۱):۱۱۳-۹۹.
- شعبانی، بهاره، موسوی بایگی، محمد، جباری نوقایی، مهدی، قهرمان، بین. (۱۳۹۲). مدل سازی و پیش بینی دمای حداکثر و حداقل ماهانه دشت مشهد با استفاده از مدل های سری زمانی، نشریه آب و خاک، شماره ۵، ۸۹۶-۹۰۶.
- صلاحی برومند، الگوسازی و مدل بندی درجه حرارت شمال استان اردبیل به منظور مدیریت خشکسالی. فضای جغرافیایی، ۱۴؛ ۱۳۹۳: ۲۱-۳۹: (۴۸).
- ظهوریان، منیژه، شکیب، علیرضا. حسنونند، مهناز. برنا، رضا. (۱۴۰۲). مطالعه موردی پیش بینی تغییرات میانگین دما فصلی شهرستان الشتر با استفاده از مدل شبکه عصبی و مدل سری زمانی آریمای. پژوهش های اقلیم شناسی. عساکره، حسین. (۱۳۸۲). بررسی آماری روند بارش سالانه تبریز، فضای جغرافیایی، شماره ۱۰، ۵۷-۷۲.
- عساکره، حسین. ۱۳۸۶. بررسی آماری روند دمای سالانه تبریز، اندیشه جغرافیایی، ۱: ۹-۲۱.
- عساکره، حسین. ۱۳۹۰. مبانی اقلیم شناسی آماری. انتشارات دانشگاه زنجان. ۵۴۵.
- باکس جی. ای. پی و جنکینز جی. ام، ترجمه مشکانی محمدرضا (۱۳۷۱). تحلیل سری های زمانی، پیش بینی و کنترل، جلد اول، چاپ اول، تهران: دانشگاه شهید بهشتی. صفحه ۴۲۴.
- بلیانی، یدالله، فاضل نیا، غریب، بیات، علی (۱۳۹۱). تحلیل و مدل سازی دمای سالانه شهر شیراز با استفاده از مدل ARIMA، فصلنامه فضای جغرافیایی، شماره ۳۸: ۱۲۷-۱۴۴.
- پورکریم برآبادی، رویا و حیدری منفرد، زهرا (۱۳۹۸). ارزیابی مدل های سری های زمانی جهت پیش بینی متوسط دما در نیمه جنوبی ایران، دگرگونی ها و مخاطرات آبوهوایی، ۱(۲)، ۱۸۹-۱۶۴.
- جهانبخش اصل، سعید. باباپورباصر، علی اکبر. (۱۳۸۲). بررسی و پیش بینی متوسط دمای ماهانه تبریز با استفاده از مدل آریمای (ARIMA)، تحقیقات جغرافیایی، ۱۸: ۳۴-۴۶.
- خرمدندنی، منوچهر. عساکره، حسین. ۱۳۸۰. الگوسازی ARIMA برای متوسط درجه ی حرارت سالانه هوا در جاسک. سومین سمینار احتمال و فرایندهای تصادفی. انتشارات دانشگاه اصفهان ۱۳۲-۱۲۱.
- رحیمی، نفیسه. فرجی، عبدالله (۱۴۰۲).

- Frausto, H.U., Pieters, J.G. and Deltour, J.M.(2003). Modelling greenhouse temperature by means of Auto Regressive Models, *Biosystems Engineering*, 84(29):147–57.
- Jadi, N., Ajadi, J., Damisa, S., Asiribo, O., & Dawodu, A. (2017). Modeling Monthly Average Temperature of Dhahran City of Saudi-Arabia Using Arima Models. *International Journal of Data Science and Analysis*, 3(5), 40-45.  
DOI:10.11648/j.ijdsa.20170305.12.
- Nyatuame, M., Agodzo, S. K. (2018). Stochastic ARIMA model for annual rainfall and maximum temperature forecasting over Tordzie watershed in Ghana. *J. Water Land Develop*, 37(1), 127-140.  
DOI:10.2478/jwld-2018-0032.
- Yurekli K., Kurunc A., Ozturk F.(2005). Application Of Linear Stochastic Models To Monthly Flow Data Of Kelkit Stream, *Ecological Modeling*, vol.183, pp.67-75, 2005.
- علیجانی، بهلول. رمضان، نبی الله. ۱۳۸۱. پیش بینی خشکسالی ها و ترسالی های استان مازندران با استفاده از مدل باکس-جنگیز. پژوهش های جغرافیایی. ۱۷۰-۱۵۵.
- کرایر، جان اتان دی، ترجمه حسینی علی نیرومند. ۱۳۷۱. تجزیه و تحلیل سری های زمانی؛ مشهد؛ دانشگاه فردوسی مشهد. ۴۰۸.
- وئی ویلیام دبلیو اس، ترجمه نیرومند حسینی. ۱۳۷۶. تحلیل سری های زمانی، چاپ اول، مشهد. انتشارات دانشگاه فردوسی، ص ۵۸۶.
- Bolboacă, Sorana D. Jäntschi, Lorentz. Sestraş, Adriana F. Sestraş, Radu E. Pamfil, Doru C. 2011. PearsonFisher Chi-Square Statistic Revisited. *Information*. 2: 528-545.
- Bouhaddou, H. Hassani, M.M. Zeroual, A. and Wilkonson, A.J.(1997). Stochastic simulation of weather data using higher statistics, *Renewable Energy*, 12 (1):21–37.
- Brockwell Peter. J and Davis Richard. A. ,1998 , *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer-Verlag, New York, pp 420.
- Chbouki, N. Stockton, CW.Myers,DE. 1995. Spatio – temporal patterns of Drought in Moroco. *International journal of climatology*. 15: 187-205.